

یک رویکرد شبیه‌سازی-بهینه‌سازی برای برنامه‌ریزی سفارش و تخصیص فضای قفسه در صنعت خرده‌فروشی با تقاضای وابسته به مکان نمایش و موجودی

الهه قضاوی^۱، محمد مهدی لطفی*^۲، محمد حسین ابویی^۲ و محمد صابر فلاح‌نژاد^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع - دانشگاه یزد

^۲ استادیار مهندسی صنایع - دانشگاه یزد

چکیده

یک رویکرد شبیه‌سازی-بهینه‌سازی برای برنامه‌ریزی سفارش و تخصیص فضای قفسه در صنعت خرده‌فروشی ارائه می‌شود. تقاضای مشتری به دو گروه ثابت (مشتریان وفادار) و متغیر (مشتریان ناخواسته وابسته به ناحیه و سطح قفسه نمایش و موجودی نمایش داده شده) تقسیم می‌شود. مشتری هنگام خرید، مسیری را در فروشگاه طی می‌کند. با تقسیم فضای فروشگاه به چند ناحیه و محاسبه مطلوبیت ذاتی ثابت و متغیر برای نواحی، رابطه تحلیلی برای احتمال بازدید مشتری از هر ناحیه با استفاده از مدل مطلوبیت تصادفی تعیین می‌شود. به دلیل پیچیدگی رابطه تحلیلی، از شبیه‌سازی برای ارزیابی حرکت مشتریان در فروشگاه استفاده و تقاضای متغیر برندها تخمین زده می‌شود. یک مدل برنامه‌ریزی عددصحیح کاربردی مبتنی بر سود، برای مسئله ارائه می‌شود که نیاز به تخمین تقاضای خروجی شبیه‌سازی دارد. اما تخمین تقاضای شبیه‌سازی بستگی به برخی متغیرهای بهینه مدل ریاضی دارد. بنابراین، با استفاده از یک مقدار تقاضای اولیه، یک الگوریتم تکرارشونده شبیه‌سازی-بهینه‌سازی تا دستیابی به یک انحراف کوچک از آرمان سود موردانتظار ادامه می‌یابد. در پایان، نتایج عددی برای یک مثال کوچک گزارش می‌شود.

واژه‌های کلیدی: خرده‌فروشی، تخصیص فضای قفسه، برنامه‌ریزی سفارش، مدل مطلوبیت تصادفی، بهینه‌سازی، شبیه‌سازی

مقدمه

می‌تواند روی تقاضای کالا نقش داشته باشد [۳]. یک خرده‌فروش با چیدمان مطلوب اقلام در قفسه‌ها، ضمن تخصیص فضای مناسب به آن‌ها، می‌تواند عملکرد خود را با هدایت مشتریان به سمت خرید اقلام با حاشیه سود بالا و یا افزایش تعداد خرید ناخواسته بهبود دهد.

چون تردد مشتریان در نواحی مختلف فروشگاه متفاوت است، ناحیه‌جانبی قفسه می‌تواند روی میزان تقاضای اقلام آن تأثیر زیادی داشته باشد. بر خلاف باور متداول، بیشتر مشتریان تمایل دارند فقط در مسیرهایی معین (شاهراه‌ها) گردش کنند که پایگاه اصلی خریدارانی است که حرکت سریعی در مسیرها انجام می‌دهند [۴]. بنابراین، قفسه‌های جانبی‌شده در نواحی پر رفت‌وآمدتر فروشگاه، بیشتر در معرض دید مشتریان قرار می‌گیرند و احتمال فروش آن‌ها افزایش می‌یابد. یکی از مهم‌ترین پارامترها در مسائل تخصیص فضای قفسه، تابع تقاضا است. توجه به عوامل مختلفی چون قیمت، فضای تخصیص یافته، تعداد نمایش هر برند، اثر متقابل

امروزه در محیط‌های خرده‌فروشی، گروه محصولات زیادی شامل اقلام مختلف با برندهای متنوع عرضه می‌شوند. بنابراین، یک فروشگاه، عرصه رقابت بین اقلام و برندها با ابعاد و اندازه‌های متفاوت، نواحی و قفسه‌های نمایش متمایز، قیمت‌ها و کیفیت متنوع و ... برای کسب سهم بیشتری از منابع کمیاب خرده‌فروشی به‌ویژه فضا و بودجه محسوب می‌شود. مکان نمایش اقلام از آن رو اهمیت دارد که روی تهییج مشتریان و جلب نظر آن‌ها برای خرید، مؤثر است [۱].

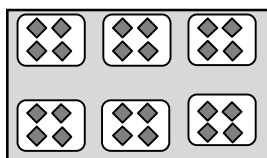
برخی پژوهش‌ها نشان داده‌اند که بیشتر تصمیم‌ها برای خرید، در محل فروشگاه گرفته می‌شوند و فقط ۱/۳ خریده‌ها با برنامه‌ریزی قبلی هستند [۲]. از این رو نمایش بهتر اقلام در فروشگاه می‌تواند تأثیر زیادی روی رفتار خرید مشتریان داشته باشد. علاوه بر نمایش بهتر اقلام، عوامل دیگری چون قیمت، میزان شهرت برند، سطح وفاداری مشتریان به برند، تمایل به آزمون اقلام جدید، کیفیت، تبلیغات و ... نیز

فروشگاه شبیه‌سازی و تقاضای متغیر برندهای مختلف هر قلم کالا تخمین زده می‌شود. سپس یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی مبتنی بر سود برای تخصیص فضای قفسه‌ها ارائه می‌شود.

در این مقاله، یک چارچوب برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی برای برنامه‌ریزی سفارش و تخصیص فضای قفسه ارائه می‌شود. سپس با تقسیم فضای فروشگاه به چند ناحیه و محاسبه مطلوبیت ذاتی ثابت و متغیر برای هر ناحیه و به کمک روابط احتمالی پژوهش سام هو و همکاران [۸]، رابطه‌ای تحلیلی برای احتمال بازدید مشتری از هر ناحیه ارائه می‌شود. سپس از شبیه‌سازی برای ارزیابی این رابطه تحلیلی و تخمین تقاضای مشتریان استفاده می‌شود. مدل پیشنهادی (پس از خطی‌سازی) با استفاده از این تخمین تقاضا در بسته بهینه‌سازی گمز حل، و نتایج عددی گزارش می‌شود.

مدل‌سازی مسأله

تقاضای اقلام به دو گروه ثابت (مشتریان وفادار) و متغیر (تقاضای برنامه‌ریزی نشده تصادفی) تقسیم می‌شود. نواحی مختلف فضای فروشگاه از قبل با انواع قفسه دارای طبقاتی با طول، عرض و ارتفاع معین آرایش شده است. تعداد طبقات هر قفسه می‌تواند متفاوت باشد. امکان قرار دادن اقلام در قفسه‌ها با توجه به ابعاد آنها و نیز ابعاد طبقه مورد نظر تعیین می‌شود. هر برند از یک کالا می‌تواند در پایان هر دوره سفارش داده و در ابتدای دوره بعد به موجودی انبار فروشگاه افزوده شود. مطابق شکل (۱) فرض می‌شود هر بسته از هر برند یک کالا در برگیرنده تعدادی بسته با اندازه معین از کالا است.



شکل ۱: یک بسته از کالا شامل دسته‌هایی با اندازه معین

جابه‌جایی کالاها از انبار به قفسه‌ها به صورت بسته‌های کالا است. مطابق معمول سیاست این است که همواره قفسه‌ها پر نگه داشته شوند، مگر موجودی کافی در انبار

کالاها مکمل و جانشین، سطح وفاداری مشتریان به هر برند و تبلیغات منجر به توابع تقاضای متفاوتی می‌شود.

زوفریدن [۵] فرض کرد فضای قفسه مهم‌ترین عامل مؤثر است و سایر عوامل را ثابت در نظر گرفت و از اثر متقابل بین محصولات چشم‌پوشی کرد. اربن [۶] تقاضای هر کالا را تابعی از سطح موجودی نمایش داده شده در قفسه در نظر گرفت، یعنی بین موجودی نمایش داده شده و موجودی انبار تمایز قائل شد و نشان داد وقتی موجودی انبار به صفر می‌رسد و موجودی قفسه‌ها شروع به کاهش می‌کند، تقاضا نیز با نرخ کاهشی افت می‌کند.

لطفی و همکاران [۷] یک مدل آرمانی با هزینه‌های فضای هدررفته در قفسه‌ها، هزینه‌های سرمایه‌گذاری، جایگزینی و نگهداری موجودی ارائه کردند که برندهای یک کالا دارای یک حداقل تقاضا و نیز حداکثر تقاضا وابسته به تغییر قیمت و فضای تخصیص یافته بودند. این مدل جنبه‌های کاربردی مختلفی چون دوره زمانی هر برند، ابعاد نگهداری متفاوت کالاها در قفسه‌ها و انبار، اقلام فاسدشدنی، محدودیت بودجه گروه محصولات و تعداد دفعات سفارش کالاها را در نظر می‌گرفت. سام هو و همکاران [۸] مدلی یکپارچه برای مسیر خرید مشتریان و تأثیر آن بر رفتار خرید آن‌ها ارائه کردند.

در این مقاله، با توجه به احتمال متفاوت بازدید نواحی فروشگاه، اثر مسیر حرکت مشتریان روی تقاضای اقلام در نظر گرفته می‌شود. نحوه تخصیص اقلام به فضای فروشگاه به نحوی است که با توجه به محدودیت‌هایی مانند حداقل فروش، تخصیص برندهای هر کالا به یک قفسه (جلوگیری از سردرگمی مشتریان)، مجاز نبودن پس‌افت، قابلیت جانیشینی برندهای گوناگون و امکان انبارداری، بیشترین سود کسب شود.

تقاضای مشتری برای برندهای مختلف هر کالا به دو گروه ثابت و متغیر تقسیم می‌شود. تقاضای ثابت مربوط به مشتریان وفادار بوده و بستگی به شرایط فروشگاه هنگام خرید ندارد، ولی تقاضای متغیر با حفظ ماهیت تصادفی، بسته به ناحیه و سطح قفسه نمایش و نیز موجودی روی قفسه تغییر می‌کند. تقاضای متغیر، خود شامل تقاضای جایگزینی و تقاضای ناشی از تأثیر شرایط فروشگاه (تقاضای مشتریان بالقوه) روی رفتار خرید مشتریان است. مشتری پس از ورود به فروشگاه، با گذر از برخی نواحی، مسیری را طی و اقلام مورد نیاز را خریداری می‌کند. به دلیل پیچیدگی رابطه تحلیلی پیشنهادی، حرکت مشتریان در

$I_{ir,t}$ موجودی برند r_i کالای i بعد از دریافت سفارش در ابتدای دوره t

نباشد. فروشنده مجاز است مزاد سفارش خود را در انتهای هر دوره انبار کند و در دوره‌های بعدی به فروش رساند.

نمادهای مدل

$Q_{ir,t}$ تعداد دسته سفارش برند r_i کالای i در دوره t -
 I که در ابتدای دوره t به فروشگاه می‌رسد
 $R_{ir,t}$ کل تقاضای برند r_i کالای i در دوره t
 $R^d_{ir,t}$ تقاضای متغیر برند r_i کالای i در دوره t
 $S_{ir,t}$ مقدار فروش برند r_i کالای i در دوره t
 $x_{ir,pkt}$ اگر در دوره t برند r_i کالای i در طبقه k قفسه p قرار گیرد، در غیر این صورت
 $z_{ir,pt}$ اگر در دوره t برند r_i کالای i در قفسه p قرار گیرد، در غیر این صورت
 $y_{ir,kt}$ تعداد نمای برند r_i کالای i که در دوره t در طبقه k یک قفسه نمایش داده می‌شود.

کالا $(1, \dots, n)$ (i, j)
 طبقه $(1, \dots, K)$ (k)
 ناحیه $(1, \dots, m)$ (p, q)
 برند کالای $i (1, \dots, C_i)$ (r_i, r_i^t)
 هزینه سفارش برند r_i کالای i در دوره t $a_{ir,t}$
 هزینه نگهداری واحد برند r_i کالای i از $t-1$ به t $h_{ir,t}$
 هزینه انتقال هر بسته برند r_i کالای i در واحد مسافت λ_{ir}
 سود فروش واحد برند r_i کالای i در دوره t $p_{ir,t}$
 تقاضای ثابت برند r_i کالای i در دوره t $R^l_{ir,t}$
 طول واحد برند r_i کالای i w_{ir}
 این مقدار معادل حاصل ضرب تعداد برند r_i کالای i در عرض طبقه k قفسه p در تعداد برند r_i کالای i در ارتفاع طبقه k قفسه p است.
 پارامتر جانشینی: احتمال جایگزینی یک واحد تقاضای متغیر برند r_i با r_i^t (در صورت کمبود)

مدل ریاضی پیشنهادی

$$MaxZ = G - (IC + TC) = \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{r_i=1}^{C_i} \sum_{t=1}^T (S_{ir,t} \cdot P_{ir,t}) -$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{r_i=1}^{C_i} \sum_{t=1}^T (I_{ir,t} \cdot h_{ir,t} + f_{ir,t} \cdot a_{ir,t}) -$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{r_i=1}^{C_i} \sum_{p=1}^m \sum_{t=1}^T (S_{ir,t} \cdot z_{ir,pt} \cdot d_{0,p} \cdot \frac{\lambda_{ir}}{b_{ir} \cdot g_{ir}})$$

IC هزینه موجودی شامل مجموع هزینه سفارش و انبارداری، و TC هزینه جابه‌جایی از انبار فروشگاه تا قفسه‌ها است. هزینه جابه‌جایی برابر حاصل ضرب تعداد دفعات جابه‌جایی (تعداد بسته‌ها)، هزینه جابه‌جایی در واحد طول و مسافت قفسه تا انبار (با توجه به حرکت مشتریان) است. سود کل (G) از حاصل ضرب تعداد فروش در سود واحد کالا به دست می‌آید. با حل مدل، $Q_{ir,t}$ و دوره‌های بهینه سفارش‌دهی ارقام تعیین می‌شود. سفارش‌ها به محض دریافت در انبار فروشگاه ذخیره و برای نمایش (به اندازه $y_{ir,kt}$) در بسته‌های b_{ir} تایی به قفسه مناسب ($z_{ir,pt}$) با هزینه حمل مربوطه منتقل می‌شوند:

$$x_{ir,pkt} \leq z_{ir,pt} \cdot \theta_{ir,pk} \quad \forall i, r_i, p, k, t \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^m z_{ir,pt} \leq 1 \quad \forall i, r_i, t \quad (3)$$

$$R_{ir,t} = R^l_{ir,t} + R^d_{ir,t} \quad \forall i, r_i, t \quad (4)$$

اگر بتوان برند r_i کالای i را در طبقه k قفسه p قرار داد، در غیر این صورت
 فاصله قفسه p از q (انبار با اندیس صفر)
 طول طبقه k قفسه p
 تعداد کالای i با برند r_i در یک دسته
 تعداد دسته‌ها در یک بسته برند r_i کالای i
 اگر در دوره t مجاز به تغییر چیدمان کالاها باشیم، در غیر این صورت
 تغییر چیدمان فروشگاه در دوره‌های خاص (مثلاً فصل) ممکن است.

متغیرهای تصمیم

اگر در دوره t از برند r_i کالای i سفارش داده شود، در غیر این صورت

قفسه‌ها را در نظر می‌گیرد. بر اساس محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) فروش اقلام نمی‌تواند از کل تقاضا و موجودی آن‌ها بیشتر باشد. محدودیت (۱۲) بالانس موجودی بین دوره‌ها را تضمین می‌کند. محدودیت (۱۳) بین متغیر باینری و میزان سفارش اقلام ارتباط برقرار می‌کند. محدودیت (۱۴) تضمین می‌کند که چیدمان اقلام در قفسه‌ها فقط در دوره‌های مجاز تغییر کنند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مدل پیشنهادی یک برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی است که با روش‌های مرسوم خطی می‌شود.

شبیه‌سازی تقاضای متغیر

فروشگاه به چند ناحیه تفکیک و حرکات مشتریان به دو گروه تقسیم می‌شود:

الف) خرید: با مشخص شدن مکان مشتری در هر گام، گزینه‌های خرید وی در آن ناحیه معلوم می‌شود. از طرفی، اقلام قبلی خریداری شده توسط وی، بر مطلوبیت گزینه‌های خرید و در نتیجه احتمال خرید آن‌ها مؤثر است. پارامتر η_{pk} مطلوبیت نسبی طبقات قفسه‌ها و پارامتر δ_{ir} مطلوبیت برندهای اقلام برای مشتری را نشان می‌دهد که رابطه مستقیمی با همه برندهای خرید نشده آن قلم کالا دارد. با محاسبه مطلوبیت گزینه‌های خرید در هر گام، و با استفاده از رابطه (۱۶) خریدهای فرد در آن گام تعیین می‌شود.

$$P_{ir} = \sum_{k=1}^K x_{ir,pkt} \left(\frac{\eta_{pk} \cdot w_{ir} \cdot y_{ir,kt}}{\mu_{pk}} \right)^{1/\delta_{ir}} \quad \forall i, r, p, t \quad (16)$$

چون همه برندهای یک کالا به یک قفسه اختصاص می‌یابد، مشتری با توجه مطلوبیت طبقه قرارگیری و تعداد نماهای برند اقدام به خرید می‌کند. P_{ir} احتمال خرید برند r_i کالای i است که اگر مقدار آن از مقدار تصادفی تولیدشده در شبیه‌سازی بزرگ‌تر باشد، برند r_i کالای i توسط مشتری خرید می‌شود. جذابیت هر کالا نیز در طول زمان ثابت نیست و با توجه به رفتار خرید مشتری در هر گام مطابق رابطه (۱۷) تغییر می‌کند.

$$a_{i,t} = a_{i0} - \delta_{ir} B_{ir,t} \quad (17)$$

اگر a_{it} جذابیت کالای i برای مشتری تا گام t باشد و تا این گام مشتری برند r_i از محصول i را خریده باشد ($B_{ir,t} = 1$)؛ جذابیت آن کالا به اندازه δ_{ir} کاهش می‌یابد.

ب) حرکت: پس از اتمام خرید در هر گام، مشتری در گام بعد به یکی از نواحی مجاور حرکت می‌کند. مطلوبیت اقلام نواحی مجاور، یکی از مهم‌ترین عوامل تعیین‌کننده مقصد

$$\forall i, r, p, k, t \quad (5)$$

$$R_{ir,t}^d = f_{ir,t}^d + \sum_{r'_i=1}^{C_i} \gamma_{ir'_i} \times (f_{ir'_i,t}^d + R_{ir'_i,t}^l - S_{ir'_i,t}^l)$$

$$[f_{ir,t}^d : \text{simulation}(p, k, \text{facing})]$$

$$\forall i, r, t, \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^K y_{ir,kt} \cdot \beta_{ir,pk} \leq R_{ir,t} \cdot \sum_{p=1}^m z_{ir,pt} \quad (6)$$

$$I_{ir,t} \geq \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^K y_{ir,kt} \cdot \beta_{ir,pk} \quad \forall i, r, t \quad (7)$$

$$S_{ir,t} \geq R_{ir,t}^l \quad \forall i, r, t \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{C_i} w_{ir} \cdot x_{ir,pkt} \cdot y_{ir,kt} \leq \mu_{pk} \quad \forall p, k, t \quad (9)$$

$$S_{ir,t} \leq R_{ir,t} \quad \forall i, r, t \quad (10)$$

$$S_{ir,t} \leq I_{ir,t} \quad \forall i, r, t \quad (11)$$

$$\forall i, r, t \quad (12)$$

$$I_{ir,t} + Q_{ir,(t+1)} \cdot g_{ir} - S_{ir,t} = I_{ir,(t+1)}$$

$$M \cdot f_{ir,t} \geq Q_{ir,t} \cdot g_{ir} \quad \forall i, r, t \quad (13)$$

$$(1 - \pi_t) \cdot [x_{ir,pk(t-1)} - x_{ir,pkt}] = 0 \quad \forall i, r, p, k, t > 1 \quad (14)$$

$$I_{ir,t}, Q_{ir,t}, R_{ir,t}, S_{ir,t}, y_{ir,kt} : \text{Integer} \quad (15)$$

$$f_{ir,t}, x_{ir,pkt}, z_{ir,pt} : \text{Binary}$$

در محدودیت (۲) وقتی برند خاصی از یک کالا در طبقات یک قفسه قرار گیرد، متغیر باینری مربوطه ($z_{ir,pt}$) یک می‌شود. در محدودیت (۳) تضمین می‌شود برای جلوگیری از سردرگمی مشتریان، هر برند یک کالا فقط در طبقات یک قفسه قرار گیرد. در محدودیت (۴) تقاضای کل هر برند کالا از مجموع تقاضای ثابت و متغیر به دست می‌آید. از محدودیت (۵) برای محاسبه تقاضای متغیر استفاده می‌شود که دو مؤلفه دارد:

۱- تقاضای مشتریان بالقوه بر اساس مشخصات قفسه، طبقه (طبقات) تخصیص یافته به کالا و میزان در معرض دید قرار دادن آن.

۲- تقاضای جایگزین شده سایر برندهای کالا در زمان کمبود. احتمال جانشینی را می‌توان با نظرسنجی از مشتریان تعیین کرد. احتمال جانشین نشدن هر برند به مفهوم احتمال فروش از دست رفته در نظر گرفته می‌شود.

محدودیت (۶) بین متغیر باینری و میزان قرار گرفتن اقلام در قفسه‌ها ارتباط برقرار می‌کند. با توجه به محدودیت (۷)، موجودی هر برند اقلام در ابتدای دوره باید بیش از موجودی در معرض دید روی قفسه‌ها باشد. در محدودیت (۸) تضمین می‌شود فروش هر برند اقلام دست کم تقاضای ثابت را پوشش دهد. تقاضای ثابت می‌تواند با بهره‌گیری از روش‌های سری زمانی پیش‌بینی شود. محدودیت (۹) ظرفیت فضای طبقات

$$P(x_{t+1} = r) = P(u_r^v \geq u_{kl}^v \forall k \in M(x_t)) = \quad (21)$$

$$\frac{\exp[z_r + (A_r + \sum \frac{A_{lt}}{(1+d_r)^\alpha})]}{\sum \exp[z_k + (A_{kt} + \sum \frac{A_{lt}}{(1+d_{kl})^\alpha})]}$$

if $r \in M(x_t)$, 0 otherwise.

به علاوه، احتمال بازدید از هر ناحیه در حرکت t ام به مکان مشتری در گام قبلی نیز وابسته است. همچنین بر اساس رابطه (۱۶) و (۱۷) جذابیت هر کالا و احتمال خرید آن در هر حرکت، تابعی از همه خریدهای پیشین آن مشتری است. در نهایت، با توجه به رابطه (۲۱) انتخاب ناحیه بازدید در حرکت t ام تابعی از جذابیت محصولات آن ناحیه و نواحی مجاور است. بنابراین، همه خریدهای قبلی مشتری در همه حرکات پیشین (از اولین تا $t-1$ امین حرکت) نیز تعیین‌کننده احتمال بازدید یک ناحیه در حرکت t ام است. از این رو، تعیین تقاضای متغیر و اعمال آن در مدل ریاضی پیشنهادی به صورت تحلیلی غیرممکن یا بسیار دشوار است. بنابراین، برای بهینه‌سازی مدل از روش‌های شبیه‌سازی و بهینه‌سازی به طور توأم استفاده می‌شود.

شبیه‌سازی به تعداد مشتریان بازدیدکننده از فروشگاه در هر دوره انجام می‌شود تا تقاضای متغیر برندهای هر کالا در هر دوره تخمین زده شود. داده‌های موردنیاز شبیه‌سازی شامل پارامترها و متغیرهای تصمیم عبارتند از مطلوبیت برندهای اقلام (δ_{ir})، مطلوبیت نسبی طبقات قفسه‌ها (η_{pk})، مطلوبیت ذاتی و ثابت نواحی (z_p)، پارامتر اثر فاصله بر مطلوبیت (α)، تعداد بازدیدها از فروشگاه در دوره (E_t)، ناحیه و طبقات قفسه نمایش برندهای اقلام (x_{irpkt})، و میزان نمایش برندهای اقلام (y_{irkt}). بر اساس رابطه (۲۱)، فرآیند شبیه‌سازی بستگی به تصمیمات بهینه مدل ریاضی دارد و در مقابل، بهینه‌سازی مدل ریاضی بستگی به تقاضای متغیر حاصل از شبیه‌سازی دارد.

پیاده‌سازی مدل و تحلیل نتایج عددی

ابتدا الگوریتم پیشنهادی برای حل مدل ارائه می‌شود:

(۱) مقدار اولیه تقاضا بر اساس تقاضای دوره‌های قبلی، به عنوان پارامتر ورودی مدل ریاضی استفاده و مدل با بسته بهینه‌سازی گمز حل می‌شود.

(۲) مقدار متغیرهای بهینه با سایر داده‌های مورد نیاز، به عنوان پارامتر ورودی شبیه‌سازی استفاده و تقاضای متغیر تخمین زده می‌شود.

حرکت است. مطلوبیت قفسه‌های هر ناحیه برابر مجموع مطلوبیت ثابت (ذاتی) (z_r) و مطلوبیت متغیر (G_r) است. مطلوبیت متغیر تابع دو عامل است:

۱. جذابیت اقلام آن ناحیه

۲. فاصله تا نواحی دارای جذابیت بالا

مطلوبیت متغیر نواحی مجاور از رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود که A_r مطلوبیت اقلام ناحیه r از رابطه لگاریتمی (۱۹) تعیین می‌شود:

$$G_r = A_r + \sum_{q \neq r} \left(\frac{A_{qt}}{(1+d_{rq})^\alpha} \right) \quad (18)$$

$$A_r = \log \left(\sum_{i \in C(r)} e^{a_{ri}} \right) \quad (19)$$

$C(r)$ بیانگر محصولات است که در ناحیه r قرار دارند و α ، پارامتر اثر فاصله بین دو ناحیه بر مطلوبیت کالاهای ناحیه گام بعدی است. در نتیجه، مطلوبیت متغیر هر ناحیه در ارتباط مستقیم با مطلوبیت اقلام آن ناحیه (تابعی از خریدهای قبلی) و در ارتباط معکوس با فاصله بین نواحی است.

میزان مطلوبیت هر ناحیه از رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود که در آن ε_r^v نشان‌دهنده خطا است و فرض می‌شود که دارای توزیع مستقل و یکسان است:

$$u_r^v = z_r + G_r + \varepsilon_r^v \quad (20)$$

پس از ورود مشتری به فروشگاه، فرآیند خرید و حرکت بی‌دری تکرار می‌شود. با افزایش تعداد خریدهای مشتری، مطلوبیت اقلام نواحی بعدی کاهش می‌یابد، آنگاه مطلوبیت‌های ثابت و ذاتی نواحی بعدی نقش تعیین‌کننده‌تری پیدا می‌کنند. در درب خروجی، کالایی برای فروش نمایش داده نمی‌شود، بنابراین کاهش مطلوبیت کالاها به تدریج منجر به افزایش احتمال خروج از فروشگاه می‌شود. مشتری در هر گام در صورتی ناحیه r را بازدید می‌کند که مطلوبیت آن بیشتر از سایر نواحی مجاور (مجموعه $M(x_t)$) باشد. پس احتمال بازدید از ناحیه r در گام $t+1$ از مسیر مشتری با رابطه تحلیلی (۲۱) محاسبه می‌شود.

شبیه‌سازی با رابطه (۲۱) باعث می‌شود همیشه نواحی با بیشترین تمرکز اقلام مطلوب در چارچوب مسیر حرکت مشتری بازدید شوند:

می‌دهد که کالاهای قرار گرفته در قفسه ۲ واقع در ناحیه ۲، بیشترین میزان فروش و تقاضای متغیر را دارند. قرار داشتن این ناحیه در مجاورت درب ورود و خروج فروشگاه، جذابیت ذاتی بالاتری برای این ناحیه نسبت به نواحی دیگر ایجاد می‌کند، به علاوه از آنجایی که مشتری با ورود به این ناحیه به پایان مسیر حرکت خود در فروشگاه نزدیک می‌شود، احتمال خرید ناخواسته وی در این ناحیه افزایش می‌یابد. بنابراین، بالاتر بودن مقدار تقاضا و فروش کالاها در این ناحیه توجیه منطقی دارد.

جدول ۱: برخی از پارامترهای کلیدی مدل

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
R'_{111}	۱۵۶	ρ_{111}	۱
R'_{121}	۲۹۵	ρ_{121}	۱
R'_{131}	۴۳۸	ρ_{131}	۱
R'_{141}	۶۱۵	ρ_{141}	۱
R'_{151}	۲۹۹	ρ_{151}	۱
R'_{161}	۰	ρ_{161}	۱
R'_{171}	۰	ρ_{171}	۱
R'_{211}	۶۲۳	ρ_{211}	۱
R'_{221}	۷۲۶	ρ_{221}	۴
R'_{231}	۲۶۱	ρ_{231}	۱
R'_{241}	۱۶۲	ρ_{241}	۲
R'_{251}	۳۳۲	ρ_{251}	۱
R'_{261}	۳۵۳	ρ_{261}	۲
R'_{271}	۴۵۳	ρ_{271}	۱

بر اساس تکرار هفتم شبیه‌سازی که منجر به بهترین جواب شد، تعداد مشتریانی که از فروشگاه بازدید کردند معادل $E_t = 1599$ است. شکل (۳) جواب نهایی شبیه‌سازی-بهینه‌سازی را به صورت شماتیک نشان می‌دهد.

جدول ۲: مقادیر تابع هدف در تکرارهای مختلف

شماره تکرار	تابع هدف (سود)
۱	۶۷۳۵۶۰/۹۳
۲	۱۲۶۰۱۱۶/۲۴
۳	۱۲۳۴۶۳۷/۴۶
۴	۴۷۳۹۸۱/۴۸
۵	۱۱۹۷۷۷۱/۹۹
۶	۴۵۲۰۶۱/۲۲
۷	۱۲۹۳۸۸۱/۰۶

(۳) تخمین تقاضای کل بر اساس نتیجه شبیه‌سازی محاسبه و دوباره بهینه‌سازی با گمز انجام می‌شود.

(۴) این فرآیند تکراری بهینه‌سازی-شبیه‌سازی ادامه می‌یابد تا مقدار تابع هدف بهینه به اختلاف مجاز از آرمان سود موردانتظار برسد.

در ادامه، الگوریتم پیشنهادی برای یک مثال عددی کوچک به کار می‌رود و نتایج عددی گزارش می‌شود. جانمایی فعلی فروشگاه به صورت شکل (۲) به سه ناحیه تقسیم می‌شود که در هر ناحیه یک قفسه دو طبقه قرار دارد. دو نوع کالا هر یک دارای ۷ برند در قفسه‌ها قرار می‌گیرند.

ناحیه ورود و خروج	ناحیه ۲	ناحیه ۳
	ناحیه ۱ (انبار فروشگاه)	ناحیه صفر

شکل ۲: جانمایی شماتیک فروشگاه

فاصله بین نواحی، به صورت اقلیدسی محاسبه و همه داده‌های مسئله با استفاده از تابع توزیع یکنواخت تولید می‌شود. مقدار تعدادی از پارامترهای مسئله در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

یک مقدار تصادفی اولیه برای تقاضای متغیر کالاها فرض و مدل ریاضی خطی شده مسئله با گمز حل می‌شود. پس از حل مدل و استخراج دو متغیر مورد نیاز شبیه‌سازی $(x_{ir, pkt})$ و $(y_{ir, kt})$ ، رفتار مشتریان در فروشگاه شبیه‌سازی می‌شود. تخمین تقاضای متغیر دوباره به مدل ریاضی داده می‌شود. این فرآیند آن قدر تکرار می‌شود تا به اختلاف مجاز $(10,000)$ از سود موردانتظار $(1,300,000)$ برسیم. در این مثال، فرآیند بهینه‌سازی-شبیه‌سازی ۷ مرتبه تکرار و با رسیدن تابع هدف به مقدار ۱,۲۹۳,۸۸۱ متوقف شد. مقادیر تابع هدف در هفت تکرار را در جدول (۲) می‌توان دید.

نتایج آخرین شبیه‌سازی و بهینه‌سازی به ترتیب در جداول (۳) و (۴) مشاهده می‌شود.

اختلاف قابل توجه تخمین تقاضای برندهای مختلف حاصل از شبیه‌سازی به این دلیل است که متغیرهای تصمیم ورودی شبیه‌سازی حاصل بهینه‌سازی در مدلی بوده‌اند که تابع هدف آن به دنبال بیشینه کردن سود است. اما باید توجه کرد که این مقادیر باید به تقاضای ثابت مشتریان وفادار هر برند، افزوده شود تا کل تقاضای هر برند به دست آید.

با شبیه‌سازی-بهینه‌سازی انجام شده، محل قرارگیری کالاها در هر ناحیه مشخص شد. داده‌های جدول (۴) نشان

مسئله در ابعاد واقعی، ارائه روشی ابتکاری برای مرحله بهینه‌سازی مدل ضروری است.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

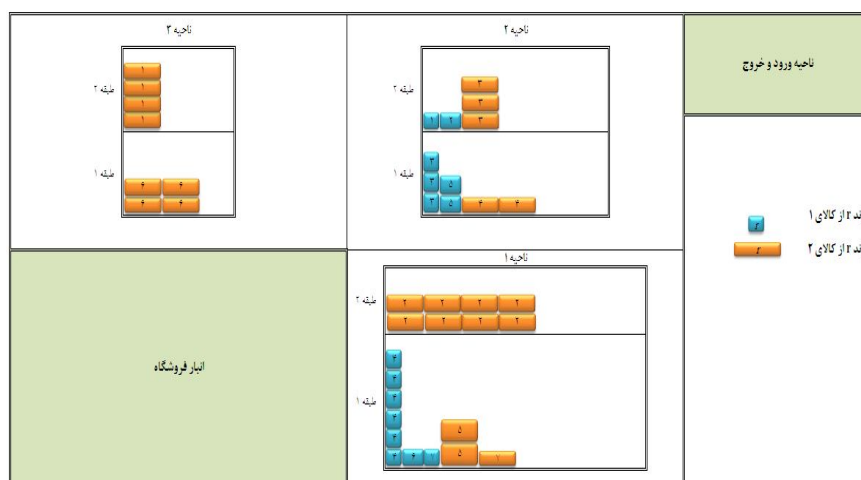
در این مقاله، یک چارچوب شبیه‌سازی-بهینه‌سازی برای برنامه‌ریزی سفارش و تخصیص فضای قفسه در صنعت خرده‌فروشی ارائه شد که در آن، محدودیت‌های عملیاتی مانند حداقل فروش، تخصیص برندهای مختلف هر قلم کالا به حداکثر یک قفسه (برای جلوگیری از سردرگمی مشتریان)، نبود امکان فروش پس‌افت، قابلیت جانشینی برندهای گوناگون، امکان انبارداری و وابستگی تقاضای هر کالا به مکان نمایش و موجودی آن و مسیرهای حرکت مشتریان در فروشگاه، مد نظر قرار گرفت. به دلیل پیچیدگی رابطه تحلیلی تقاضای مشتریان، از شبیه‌سازی برای تخمین تقاضای متغیر استفاده شد. سپس مدل پیشنهادی با استفاده از یک فرآیند تکراری شبیه‌سازی-بهینه‌سازی (در نرم‌افزارهای متلب و گمز) تا دستیابی به اختلاف مجاز تابع هدف بهینه از آرمان سود مورد انتظار فروشگاه حل، و نتایج عددی برای یک مسئله کوچک گزارش شد. مسئله مورد نظر این مقاله، از نوع عدد صحیح با ابعاد بسیار بزرگ محسوب می‌شود، بنابراین برای حل

جدول ۳: تخمین تقاضای متغیر کالاها در آخرین شبیه‌سازی

کالا	شماره برند	تقاضای متغیر
۱	۱	۹
	۲	۴۴۷۵
	۳	۱۱۸۷۵
	۴	۹
	۵	۸۳۷
	۶	۳
	۷	۱
۲	۱	۴۷۶
	۲	۵
	۳	۴
	۴	۴
	۵	۹
	۶	۱۰
	۷	۴

جدول ۴: متغیرهای اصلی مسئله در تکرار آخر

متغیر	مقدار	متغیر	مقدار	متغیر	مقدار	متغیر	مقدار	متغیر	مقدار	متغیر	مقدار
X_{11221}	۱	Y_{1121}	۱	R_{111}	۱۴۴۰۹	R_{111}^d	۱۴۲۵۳	S_{111}	۱۴۴۰۹	I_{111}	۱۴۴۰۹
X_{12221}	۱	Y_{1221}	۱	R_{121}	۱۷۴۹۷	R_{121}^d	۱۷۲۰۲	S_{121}	۲۹۵	I_{121}	۲۹۵
X_{13211}	۱	Y_{1311}	۱	R_{131}	۲۴۶۹۴	R_{131}^d	۲۴۲۵۶	S_{131}	۴۳۸	I_{131}	۴۳۸
X_{14111}	۱	Y_{1411}	۱	R_{141}	۱۲۷۴۱	R_{141}^d	۱۲۱۲۶	S_{141}	۶۱۵	I_{141}	۶۱۵
X_{15211}	۱	Y_{1511}	۱	R_{151}	۱۵۴۵۱	R_{151}^d	۱۵۱۵۲	S_{151}	۲۹۹	I_{151}	۲۹۹
X_{16111}	۱	Y_{1611}	۱	R_{161}	۳	R_{161}^d	۳	S_{161}	۰	I_{161}	۰
X_{17111}	۱	Y_{1711}	۱	R_{171}	۱	R_{171}^d	۱	S_{171}	۰	I_{171}	۰
X_{21321}	۱	Y_{2121}	۱	R_{211}	۱۴۹۸	R_{211}^d	۸۷۵	S_{211}	۶۲۳	I_{211}	۶۲۳
X_{22121}	۱	Y_{2221}	۴	R_{221}	۱۱۲۴	R_{221}^d	۳۹۸	S_{221}	۷۲۶	I_{221}	۷۲۶
X_{23221}	۱	Y_{2321}	۱	R_{231}	۶۷۳	R_{231}^d	۴۱۲	S_{231}	۶۶۷	I_{231}	۶۶۷
X_{24211}	۱	Y_{2411}	۲	R_{241}	۵۷۸	R_{241}^d	۴۱۶	S_{241}	۱۶۲	I_{241}	۱۶۲
X_{25111}	۱	Y_{2511}	۱	R_{251}	۷۴۱	R_{251}^d	۴۰۹	S_{251}	۳۳۲	I_{251}	۳۳۲
X_{26311}	۱	Y_{2611}	۲	R_{261}	۷۵۸	R_{261}^d	۴۰۵	S_{261}	۳۵۳	I_{261}	۳۵۳
X_{27111}	۱	Y_{2711}	۱	R_{271}	۸۶۵	R_{271}^d	۴۱۲	S_{271}	۴۵۳	I_{271}	۴۵۳



شکل ۳: نمایش جواب نهایی شبیه‌سازی-بهینه‌سازی به صورت شماتیک

مراجع

- 1- Anderson, E. E. (1979). "An Analysis of Retail Display Space: Theory and Methods." *J. Business*, 52, No. 1, PP. 103-118.
- 2- Dagnoli, J. (1987). "Impulse Governs Shoppers." *Advertising Age*, PP. 5-93.
- 3- Reyes, P.M. and Frazier, G. V. (2007). "Goal programming model for grocery shelf space allocation." *European Journal of Operational Research*, 81, No. 2, PP. 634-644.
- 4- Larson, J. S., J.S, E.T Bradlow, F P.S. (2007). "An exploratory look at supermarket shopping paths." *International Journal of Research in Marketing*, 22, No. 4, PP. 395-414.
- 5- Zufryden, F. S. (1986). "A dynamic programming approach for product selection and supermarket shelf-space allocation." *Operational Research Society*, 37, No. 4, PP. 413-422.
- 6- Urban, T. L. (1998). "An inventory-theoretic approach to product assortment and shelf-space allocation." *Journal of Retailing*, 74, No. 1, PP. 15-35.
- 7- Lotfi, M. M., M. Rabbani, S. F. Ghaderi. (2011). "A weighted goal programming approach for replenishment planning and space allocation in a supermarket." *Operational Research Society*, 62, No. 6, PP. 1128-1137.
- 8- Sam k. Hui, Eric T. Bradlow, Peter S. Fader, (2008). "An Integrated Model of Grocery Store Shopping Path and Purchase Behavior." Working paper, University of Pennsylvania.